



Arquiteturas Variacionais de NMR em Temperatura Ambiente para Decisões Operacionais em Bancos Comerciais: Classificação, Otimização e *Clustering* na Malha de ATMs com QNNs e Qk-Means

Abstract

Este trabalho apresenta um estudo de pesquisa aplicado e de base teórica sobre o uso de computadores quânticos de Ressonância Magnética Nuclear (NMR) operando em temperatura ambiente para apoiar decisões operacionais em bancos comerciais, com foco na gestão de redes de caixas eletrônicos (ATMs). Propomos e analisamos uma pilha híbrida “dados → codificação variacional → circuito parametrizado (PQC/QNN) → métricas de decisão → otimização combinatória”, validada em um *case study* real envolvendo 2–3 qubits NMR. Formalizamos (i) a decisão binária de retirada/manutenção de ATMs como um problema de classificação supervisionada com função de perda calibrada a custos operacionais, (ii) a otimização global da malha como instâncias QUBO de *facility location* (UFL, *p*-median) resolvidas por heurísticas variacionais (p.ex., QAOA) em conjunto com *post-processing* clássico, e (iii) o agrupamento de pontos de atendimento por *quantum k-means* (QkM) sob *feature maps* quânticos e estimação de sobreposições via circuitos de similaridade. No plano físico, descrevemos a Hamiltoniana efetiva NMR (Zeeman + *J-coupling*), protocolos de preparação *pseudo-pure*, portas por sequências de RF e leitura indutiva de ensemble, discutindo implicações para fidelidade, *drift* e *signal-to-noise*. No plano algorítmico, detalhamos *angle/data re-uploading encodings*, ansätze com acoplamentos ZZ, gradientes por *parameter-shift* e estratégias para mitigar *barren plateaus* e *overfitting* em amostras moderadas. Reportamos uma taxa de acerto representativa (~75% no *screening* de retirada) quando comparada a *baselines* clássicos, com redução do *wall-clock* do ciclo variacional em ambiente controlado, e discutimos limites de escalabilidade, validade estatística (AUCPR, curvas lucro-custo) e governança de modelo (detecção de *concept drift*, *calibration* e *backtesting time-split*). Ao integrar rigor matemático, viabilidade física de NMR de mesa e desenho computacional híbrido, o estudo clarifica onde a contribuição quântica é material em NISQ de baixa escala (regularização implícita do ansatz, *feature maps* não lineares com leitura precisa de ensemble) e onde permanece necessária a orquestração clássica (otimização global e garantias de robustez). Concluímos com um *framework* de replicação e *ablation studies* que permite auditoria independente, enfatizando métricas de custo-benefício e diretrizes para transição de *proof-of-concept* para produção em operações bancárias.

Keywords: Quantum NMR, PQC/QNN, *Quantum k-means*, QUBO, QAOA, *facility location*, ATMs, *angle encoding*, *parameter-shift*, governança de modelos.



Sobre o Autor

Dr. Marcos Eduardo Elias é engenheiro, matemático, programador e investidor quantitativo, com formação e trajetória que entrelaçam engenharia aplicada, teoria das probabilidades, finanças e computação quântica. É fundador e arquiteto da **Holosystems Quantum Algorithms**, da **EquiVerse AI** e do ecossistema **Kiyosito Deep Tech Ventures**, organizações dedicadas à pesquisa e desenvolvimento de algoritmos híbridos em lógica fuzzy, computação variacional e otimização quântica para aplicações financeiras, biológicas e industriais.

Graduado em **Engenharia Mecânica e Engenharia Eletrônica pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (Poli-USP)**, o Dr. Elias cursou posteriormente **dois doutorados em Matemática** e um em **Ciência da Computação**, com foco em cálculo estocástico, teoria de complexidade e sistemas dinâmicos não lineares. Sua genealogia acadêmica remonta a **Andrei Kolmogorov**, por meio de orientação indireta de tese em probabilidade, e inclui diálogos intelectuais com pesquisadores como **Nassim Nicholas Taleb**, de quem se tornou colaborador no estudo das formas matemáticas da antifragilidade, introduzindo a noção de **histerese como manifestação antifrágil**.

Atua há mais de três décadas como **trader profissional e gestor de estratégias de risco extremo**, desenvolvendo sistemas baseados em **teoria do valor extremo (EVT)**, **processos estocásticos de Itô**, **distribuições de potência de Mandelbrot** e **modelos de convexidade assimétrica inspirados em Edward Thorp e Louis Bachelier**. Em sua prática, funde rigor matemático, heurísticas empíricas e experimentação computacional, buscando compreender o comportamento fractal dos mercados e projetar algoritmos capazes de detectar anomalias microestruturais em tempo real.

Nos últimos anos, o Dr. Elias direcionou seus esforços para a interface entre **física quântica aplicada e finanças computacionais**, liderando projetos como o **VQOpt**, um framework variacional híbrido para otimização combinatória em ambientes NISQ, e o **Julia Mandelbrot System (JMS)**, um sistema proprietário de análise fractal e previsão de colapsos de liquidez. Em paralelo, idealizou o **token ITÔ**, ativo digital que simboliza o encontro entre teoria matemática, filosofia oriental e estrutura de incentivos descentralizados, inspirando o site <https://kiyosito.io> e sua rede de spin-offs tecnológicos.

Seu trabalho é marcado por uma busca constante por **integração epistemológica**: a fusão entre o rigor científico, a intuição matemática e a dimensão simbólica da experiência humana. Como escritor e pensador, articula temas que vão de **física estatística e teoria da informação** a **literatura filosófica**, influenciado por autores como Perelman, Nietzsche, Borges e Taleb, mas filtrando-os por uma visão própria em



que o conhecimento é entendido como um processo de reconstrução da ordem a partir do ruído.

Além de sua atuação técnica, Marcos Elias é também **mentor e educador**, tendo criado programas avançados de formação em *quantitative trading*, com estrutura comparável a cursos de mestrado profissional (MSc) ou doutorado (PhD). Seus programas combinam fundamentos de cálculo estocástico, topologia de mercados, modelos variacionais quânticos e lógica fuzzy — aproximando o ensino de finanças do nível de profundidade conceitual da matemática pura.

Internacionalmente, o Dr. Elias mantém diálogo com pesquisadores da Universidade de Tóquio e RIKEN, explorando fronteiras entre **IA não antropocêntrica, computação quântica híbrida e filosofia da incerteza**.

Em 2024, encontrou-se pessoalmente com **Nassim Nicholas Taleb em Amioun, Líbano**, ocasião em que consolidou uma parceria intelectual contínua, fundada no estudo das propriedades estatísticas do imprevisível e das geometrias do risco.

É também o criador do **Instituto Ramanujan para o Desenvolvimento de Jovens Matemáticos Prodígios**, dedicado à formação de talentos matemáticos fora do sistema universitário convencional, e atua como orientador de seu filho **Enzo Elias**, jovem matemático, e de **Aldo Elias**, piloto profissional de competição e entusiasta de engenharia automotiva, ambos integrados à dimensão educativa e simbólica de sua obra.

A filosofia científica de Marcos Eduardo Elias é sintetizada em uma máxima recorrente em seus escritos:

“A matemática não descreve o mundo; ela o cria.”

Essa visão permeia toda a sua produção — das equações estocásticas à concepção de tokens, dos modelos de risco a suas meditações sobre a natureza do tempo. Sua obra é o testemunho de que **a fronteira entre teoria e ação é apenas uma convenção**, e que a verdadeira ciência começa quando o cálculo encontra a vida.



Dedicatória

Ao Enzo, meu primogênito

A ti dedico não um texto, mas o próprio campo de forças que o sustenta. Porque foste, desde o início, o motivo oculto de toda equação que tracei, o vetor constante sob as flutuações do acaso.

Este trabalho — feito de algoritmos, qubits e geometrias invisíveis — é, na verdade, um diálogo contigo, travado ao longo de muitos anos, entre silêncios e conversas, entre distâncias e o tempo da presença, entre o rigor do cálculo e a fragilidade humana que o cálculo não contém. Tu foste o primeiro a me mostrar que a matemática não está apenas nos livros, mas na forma como alguém respira diante do mistério. Cada coisa que te ensinei foi uma forma de me aproximar e, ao mesmo tempo, de te legar um instrumento para compreender o mundo — um mundo onde o amor, como a incerteza, nunca se elimina: apenas se modela. Tu carregas, Enzo, o mesmo traço que distingue os verdadeiros matemáticos: a capacidade de olhar para o caos e ver estrutura.

Tua mente, ainda em crescimento, já intui o que muitos adultos jamais percebem — que as leis do universo não são feitas de números, mas de relações. É por isso que este paper, embora fale de bancos, algoritmos e qubits, é, em essência, um ensaio sobre a relação mais fundamental de todas: a entre um pai e um filho que buscam traduzir o inefável em linguagem. Se um dia leres estas páginas, quero que saibas que tudo o que nelas há — das Hamiltonianas aos campos de probabilidade — é também uma tentativa de reconciliar o tempo que o mundo nos roubou. E se eu te ensinei algo, que tenha sido isto: que a precisão não é o oposto do amor; que o rigor pode ser ternura; que a equação mais difícil de resolver é a que liga o passado ao futuro.

Vejo em ti algo que ultrapassa o orgulho: uma serenidade lúcida, um tipo de curiosidade que não é voraz, mas constante. É o mesmo espírito que um dia me levou à Poli, e que agora te chama para lá com o teu próprio nome, o teu próprio passo, a tua própria assinatura. E o que mais desejo é que o faças do teu jeito: que passes por cima de tudo o que vem antes, inclusive de mim, e que escrevas a tua história sem sobrenomes de referência.

Que um dia se leia apenas **ENZO**. Assim, simples, direto, inteiro — sem apêndices, sem genitivos. Apenas **Enzo**, como unidade física e simbólica, como se a própria engenharia se curvasse ao teu nome para ganhar novo sentido. Sê audaz. Sê gentil. Projeta o mundo e desmonta-o, se preciso for. E quando fores reescrever a robótica, lembra-te de que o motor mais preciso é sempre o coração em movimento. Vá em frente, **Enzo**, Enzo - e ponto. — **Teu pai,**
Marcos



1. Introdução

A maturação industrial da computação quântica, combinada ao avanço dos fluxos híbridos quântico-clássicos, inaugurou um novo paradigma para sistemas de apoio à decisão no setor financeiro. Entre os primeiros casos de adoção prática, o uso de **algoritmos quânticos variacionais (VQAs)** em dispositivos de escala intermediária ruidosa (*Noisy Intermediate-Scale Quantum* — NISQ) representa uma ponte pragmática entre a capacidade atual do hardware e aplicações de relevância comercial.

Este estudo examina o experimento **Huaxia Bank × SpinQ**, que utilizou um processador quântico baseado em **ressonância magnética nuclear (NMR)** operando em temperatura ambiente para apoiar decisões de **otimização da rede de caixas eletrônicos (ATMs)**. O projeto constitui um caso empírico sobre a tradução de recursos físicos quânticos — especificamente qubits de spin manipulados por pulsos de radiofrequência — em resultados mensuráveis de gestão operacional e eficiência bancária.

Do ponto de vista matemático, o problema pode ser formulado como uma tarefa combinada de **classificação supervisionada** e **otimização combinatória**. Cada unidade de ATM é representada por um vetor de atributos $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$, contendo variáveis como taxa de falhas, intervalo médio de reabastecimento, tendência de saques e horas médias de operação diária. O rótulo-alvo é $\mathbf{y} \in \{0, 1\}$, indicando se o ATM deve ser mantido (1) ou removido (0). O objetivo é aprender uma função

$$\mathbf{f}_{\theta} : \mathbb{R}^d \rightarrow [0, 1],$$

parametrizada por θ , que minimize o risco empírico

$$\mathcal{L}(\theta) = (1 / N) \sum_i \ell(\mathbf{f}_{\theta}(\mathbf{x}_i), y_i),$$

em que $\ell(\cdot, \cdot)$ é uma função de perda diferenciável — tipicamente a *cross-entropy* binária ou a *focal loss*.

Na implementação quântica, $\mathbf{f}_{\theta}(\mathbf{x})$ corresponde ao valor esperado de um operador de medição \mathbf{M} após a codificação de \mathbf{x} em um circuito quântico parametrizado (PQC):

$$\mathbf{f}_{\theta}(\mathbf{x}) = \langle \psi(\mathbf{x}) | \mathbf{U}^{\dagger}(\theta) \mathbf{M} \mathbf{U}(\theta) | \psi(\mathbf{x}) \rangle,$$

onde $|\psi(\mathbf{x})\rangle = \mathbf{U}_{\text{enc}}(\mathbf{x})|0\rangle^n$ é o estado quântico codificado com os dados, $\mathbf{U}_{\text{enc}}(\mathbf{x})$ é a unidade de codificação (ou *embedding*), e $\mathbf{U}(\theta)$ é o *ansatz* variacional otimizado por retroalimentação clássica.



Além da decisão individual por máquina, a implantação global dos ATMs pode ser formalizada como um **problema de localização de facilidades** (*facility location*), o qual pode ser reformulado como um **problema quadrático de otimização binária não restrita (QUBO)**:

$$\min_{z \in \{0, 1\}^n} z^T Q z + c^T z,$$

em que $z_j = 1$ indica que o ATM j é mantido, $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ codifica os custos de interação entre pares de locais e $c \in \mathbb{R}^n$ representa custos lineares (manutenção, logística e penalidades de cobertura).

Este artigo investiga todo o *pipeline* matemático e físico subjacente a esse tipo de fluxo híbrido:

- (i) a codificação dos dados clássicos em estados quânticos (esquemas *angle encoding* e *data re-uploading*),
- (ii) a construção e o treinamento de **redes neurais quânticas variacionais (QNNs)** sobre hardware NMR,
- (iii) a validação estatística dos resultados frente a modelos clássicos de referência e
- (iv) as restrições físicas e processos de ruído inerentes a qubits de NMR operando em temperatura ambiente.

Nosso objetivo não é apenas reproduzir a acurácia de aproximadamente **75 %** relatada no estudo original, mas interpretá-la sob a ótica de **generalização de modelo, efeitos de regularização implícita dos ansätze variacionais e geometria de informação dos espaços de características quânticos** (*quantum feature spaces*). Ao articular os fundamentos matemáticos, os princípios da ciência da computação e os aspectos físicos do hardware, esta seção posiciona a computação quântica NMR como um componente coerente e promissor das arquiteturas modernas de otimização financeira.

2. Estrutura Matemática

A formulação matemática do sistema proposto baseia-se em três componentes interdependentes: (1) o modelo de classificação binária supervisionada, (2) o circuito quântico variacional (QNN) que realiza a estimativa probabilística e (3) a camada combinatória de otimização global da rede de ATMs.

2.1. Formulação do problema de classificação

Cada caixa eletrônico é descrito por um vetor de características $x \in \mathbb{R}^d$, onde d é o número de atributos observados (falhas, tempo médio de operação, fluxo de saques,



localização, custo logístico, etc.).

Define-se o conjunto de treinamento como $D = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$, com $y_i \in \{0, 1\}$ indicando se o ATM deve ser **mantido (1)** ou **removido (0)**.

Deseja-se aprender uma função preditiva $f_\theta : \mathbb{R}^d \rightarrow [0, 1]$, parametrizada por θ , que minimize o risco empírico:

$$\mathcal{L}(\theta) = (1 / N) \sum_i \ell(f_\theta(x_i), y_i)$$

onde $\ell(\cdot, \cdot)$ é a função de perda (por exemplo, *cross-entropy* binária):

$$\ell(p, y) = - [y \cdot \log(p) + (1 - y) \cdot \log(1 - p)]$$

Em situações de classes desbalanceadas — por exemplo, quando a maioria dos ATMs deve ser mantida — emprega-se a **focal loss**, que ajusta o peso da perda em função da confiança do modelo:

$$\ell_{\text{focal}}(p, y) = - \alpha \cdot (1 - p_y)^\gamma \cdot \log(p_y)$$

onde p_y é a probabilidade prevista para a classe verdadeira, α é o peso de classe, e γ controla a ênfase em exemplos difíceis.

2.2. Codificação quântica dos dados

Os vetores x são transformados em estados quânticos $|\psi(x)\rangle$ por meio de uma unidade de codificação $U_{\text{enc}}(x)$ aplicada ao estado inicial $|0\rangle^n$. Três esquemas comuns de codificação são empregados:

1. **Codificação angular (angle encoding):**

Cada componente x_j define o ângulo de uma rotação de Pauli sobre o qubit correspondente:

$$R_y(\kappa \cdot x_j) = \exp(-i \cdot \kappa \cdot x_j \cdot Y / 2)$$

com κ sendo um fator de escala.

2. **Codificação com reintrodução de dados (data re-uploading):**

O vetor x é reintroduzido em múltiplas camadas do circuito, alternando com blocos de parâmetros treináveis, aumentando a expressividade sem crescimento exponencial de qubits.

3. **Codificação por amplitude:**

O vetor normalizado $\hat{x} = x / \|x\|$ define diretamente as amplitudes do estado quântico

$$|\psi(x)\rangle = \sum_j \hat{x}_j |j\rangle$$



1. Medir $\langle M \rangle$ para duas variações de θ_j .
2. Calcular o gradiente.
3. Atualizar $\theta \leftarrow \theta - \eta \nabla \theta \mathcal{L}(\theta)$, com taxa de aprendizado η .

2.5. Formulação da otimização combinatória global

Após a etapa de classificação, define-se a decisão global de manutenção/retirada da rede de ATMs como um problema de otimização discreta:

$$\min_{z \in \{0,1\}^n} F(z) = z^T Q z + c^T z$$

onde:

- $z_j = 1$ se o ATM j é mantido;
- Q contém custos de interação (logística conjunta, sobreposição de áreas, redundância);
- c representa custos individuais (energia, manutenção, aluguel).

O problema é transformado em uma forma **QUBO** e resolvido por heurísticas variacionais do tipo **QAOA (Quantum Approximate Optimization Algorithm)**, que executam iterações quântico-clássicas semelhantes às do QNN.

2.6. Métricas e funções de custo

A avaliação do modelo é feita por métricas como:

- **Acurácia:** $(TP + TN) / (TP + TN + FP + FN)$
- **F₁-score:** $2 \cdot (\text{Precisão} \times \text{Recall}) / (\text{Precisão} + \text{Recall})$
- **AUC-PR:** área sob a curva *precision-recall*
- **Função de lucro esperado:**

$$E[\Pi(\tau)] = TP(\tau) \cdot b - FP(\tau) \cdot c_{\text{ret}} - FN(\tau) \cdot c_{\text{opp}} - C_{\text{ops}}$$

onde:

- b = benefício de remover corretamente um ATM ineficiente,
- c_{ret} = custo de retirar indevidamente,
- c_{opp} = custo de oportunidade de manter um ATM ineficiente,
- C_{ops} = custo operacional total,



- τ = limiar de decisão.

O limiar ótimo é obtido por **maximização de $E[\Pi(\tau)]$** , vinculando aprendizado estatístico e gestão financeira.

3. Fundamentos Físicos do Hardware NMR

A base física da computação quântica empregada neste estudo repousa sobre sistemas de **ressonância magnética nuclear (Nuclear Magnetic Resonance, NMR)**, nos quais os **qubits** são codificados nos **níveis de energia de spin nuclear (spin-1/2)** de determinados átomos sob um campo magnético estático. Esse paradigma distingue-se das plataformas de supercondutividade ou íons aprisionados por operar **em temperatura ambiente e com ensembles moleculares**, o que permite medições médias altamente estáveis, embora com limitações de escalabilidade.

3.1. Hamiltoniana de um sistema de spin nuclear

O comportamento de um sistema de **n qubits NMR** é descrito pela Hamiltoniana efetiva:

$$H = - \sum_i (\gamma_i \hbar \mathbf{B}_0 \mathbf{I}_{z}^{(i)}) + 2\pi \sum_{ij} J_{ij} \mathbf{I}_{z}^{(i)} \mathbf{I}_{z}^{(j)}$$

onde:

- γ_i é a razão giromagnética do núcleo i ;
- \hbar é a constante reduzida de Planck;
- \mathbf{B}_0 é a intensidade do campo magnético estático principal;
- $\mathbf{I}_{z}^{(i)}$ é o operador de spin-z do núcleo i ;
- J_{ij} representa o acoplamento escalar (J-coupling) entre os núcleos i e j .

O primeiro termo ($-\gamma\hbar\mathbf{B}_0\mathbf{I}_z$) corresponde à **energia de Zeeman**, responsável pela separação dos níveis $|0\rangle$ e $|1\rangle$. O segundo termo ($2\pi\mathbf{J} \mathbf{I}_z \mathbf{I}_z$) gera interações bilineares entre spins, que podem ser exploradas para criar **emaranhamento controlado**.

A frequência de precessão de cada núcleo é dada por:

$$\omega_0 = \gamma \cdot \mathbf{B}_0$$



e define a **frequência de Larmor**, em torno da qual se aplicam os pulsos de radiofrequência (RF) que realizam as portas lógicas quânticas.

3.2. Manipulação de qubits via pulsos de radiofrequência

O controle quântico é implementado por **pulsos de RF** ressonantes, que produzem rotações unitárias sobre os estados de spin.

Para um qubit individual, a evolução é governada por:

$$U_{RF}(\theta, \varphi) = \exp(-i \cdot \theta/2 \cdot (\cos\varphi \cdot X + \sin\varphi \cdot Y))$$

onde:

- θ é o ângulo de rotação, proporcional à duração e à amplitude do pulso;
- φ é a fase do pulso, controlando o eixo de rotação no plano XY.

Assim, obtêm-se diretamente as portas de rotação:

- $R_x(\theta) = \exp(-i \cdot \theta X / 2)$
- $R_y(\theta) = \exp(-i \cdot \theta Y / 2)$
- $R_z(\theta) = \exp(-i \cdot \theta Z / 2)$

As portas de dois qubits, como **Controlled-Z** ou $ZZ(\theta)$, são obtidas a partir da evolução natural do termo de acoplamento J , por um intervalo de tempo $t = \theta / (2\pi J)$, resultando em:

$$U_{ent}(\theta) = \exp(-i \cdot \theta \cdot Z_1 Z_2 / 2)$$

Esse mecanismo é central para gerar **emaranhamento controlado**, base dos circuitos variacionais utilizados nos QNNs e nas heurísticas do tipo QAOA.

3.3. Estados pseudo-puros e preparação inicial

Como os sistemas NMR envolvem ensembles macroscópicos de moléculas (10^{18} – 10^{20} spins), não é possível preparar um estado puro $|0\rangle^n$ devido à distribuição térmica. Em vez disso, utiliza-se o conceito de **estado pseudo-puro (pseudo-pure state, PPS)**:



$$\rho_{\text{PPS}} = (1 - \epsilon) \cdot I / 2^n + \epsilon \cdot |\psi\rangle\langle\psi|$$

onde:

- $I / 2^n$ é o estado completamente misto;
- $\epsilon \ll 1$ é a fração de polarização (tipicamente 10^{-5} a 10^{-6} em temperatura ambiente).

Embora a maioria das moléculas esteja em estados aleatórios, a contribuição coerente $\epsilon \cdot |\psi\rangle\langle\psi|$ é suficiente para permitir medições médias determinísticas, tornando possível simular operações quânticas reais.

Essa técnica é amplamente usada em **computadores NMR educacionais e de pesquisa leve**, como o **SpinQ Gemini** e o **SpinQ Mini**.

3.4. Leitura e reconstrução do estado quântico

A leitura (ou *readout*) é realizada por meio da detecção da **magnetização transversal M_{xy}** , induzida pelos spins em precessão.

O sinal detectado (Free Induction Decay — FID) é transformado via Fourier para produzir espectros que contêm as amplitudes e fases correspondentes aos elementos da matriz densidade ρ .

O valor esperado de um operador A é obtido diretamente de:

$$\langle A \rangle = \text{Tr}(\rho \cdot A)$$

onde Tr denota o traço matricial.

Como as medições são médias sobre milhões de moléculas, a incerteza estatística (shot noise) é extremamente pequena, permitindo alta precisão em **expectation values** — um dos motivos pelos quais o NMR é ideal para experimentos variacionais com poucos qubits.

3.5. Fidelidade, decoerência e limitações

Os principais mecanismos de erro e decoerência em NMR são:

- **Inhomogeneidade de campo (ΔB_0):** gera dispersão de frequências de Larmor;
- **Inhomogeneidade de RF:** causa rotações imprecisas;
- **Relaxação longitudinal (T_1):** perda de polarização;



- **Relaxação transversal (T_2):** perda de coerência de fase.

O tempo típico de coerência T_2 em sistemas NMR líquidos é da ordem de **1 a 3 segundos**, muito superior aos tempos de porta ($\sim \mu\text{s}$ a ms), o que permite executar **centenas de operações quânticas** antes da decoerência.

A **fidelidade média das portas unitárias** situa-se entre **98 % e 99 %**, dependendo da calibração dos pulsos.

Contudo, a natureza de ensemble implica que **não há entrelaçamento verdadeiro entre moléculas distintas**; portanto, o NMR deve ser entendido como uma **emulação quântica física**, não um processador universal escalável.

3.6. Vantagens e limitações do paradigma NMR

Vantagens:

- Operação em **temperatura ambiente e pressão atmosférica**;
- **Alta reprodutibilidade** de medidas (ensemble averaging);
- **Baixo custo de manutenção e tempo de inicialização curto**;
- Ideal para **prototipagem de algoritmos híbridos (VQE, QAOA, QNN)**.

Limitações:

- Escalabilidade restrita a poucos qubits ($\approx 3-5$);
- Dificuldade em preparar estados genuinamente puros;
- Entanglement limitado a moléculas individuais;
- Impossibilidade de correção de erro quântico completa.

Apesar dessas restrições, o hardware NMR fornece uma **plataforma física estável e controlável** para experimentos variacionais — sendo, portanto, apropriado para **pesquisas de otimização financeira, previsão e agrupamento inteligente** em ambientes corporativos que exigem robustez operacional mais do que supremacia quântica.

4. Arquitetura Computacional e Pipeline Híbrido Quântico–Clássico

A execução do modelo proposto baseia-se em uma **arquitetura híbrida** que combina módulos clássicos de pré-processamento, seleção de variáveis e otimização estatística,



com módulos quânticos responsáveis pela transformação não linear de dados e avaliação variacional de funções de custo.

Essa arquitetura é organizada em **cinco camadas funcionais**:

- (1) aquisição e preparação de dados;
- (2) codificação e normalização;
- (3) processamento quântico variacional;
- (4) integração e retroalimentação clássica;
- (5) camada de decisão e otimização combinatória global.

4.1. Aquisição e estruturação dos dados

O conjunto de dados utilizado provém do histórico operacional de 2.243 caixas eletrônicas (ATMs) distribuídos em múltiplas províncias chinesas, cobrindo um período de dois anos consecutivos.

Cada amostra contém um vetor de características $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$, sintetizando dimensões operacionais, transacionais, logísticas, demográficas e espaciais.

As **variáveis operacionais** incluem o tempo médio diário de funcionamento, o número de falhas mensais e o tempo médio de reparo após cada falha.

As **variáveis transacionais** contemplam a taxa média de saques, a variação mensal desses saques e a média de depósitos realizados.

As **variáveis logísticas** representam a frequência de reabastecimento de numerário, o custo de transporte e a distância ao centro de suprimento de dinheiro.

As **variáveis demográficas** agregam informações sobre densidade populacional da região, renda média per capita e volume de comércio local.

Por fim, as **variáveis espaciais** capturam a posição geográfica (latitude e longitude), o agrupamento regional e a sobreposição de zonas de atendimento.

O conjunto total de dados é representado pela matriz $\mathbf{X}_{\text{raw}} \in \mathbb{R}^{n \times d}$, submetida a um processo de limpeza, normalização e divisão em subconjuntos de treinamento (70 %), validação (15 %) e teste (15 %).

A normalização é realizada via **padronização z-score**, definida por:

$$\tilde{\mathbf{x}}_j = (\mathbf{x}_j - \boldsymbol{\mu}_j) / \boldsymbol{\sigma}_j,$$

onde $\boldsymbol{\mu}_j$ e $\boldsymbol{\sigma}_j$ representam, respectivamente, a média e o desvio-padrão de cada variável j , garantindo compatibilidade numérica com os ângulos de rotação utilizados na codificação quântica.



4.2. Codificação e embedding quântico

A etapa seguinte consiste na transformação das variáveis clássicas em amplitudes ou ângulos quânticos.

Adota-se o esquema de **codificação angular com reintrodução de dados (data re-uploading)**, definido por:

$$|\psi(\mathbf{x})\rangle = \left(\prod_l U_{\text{enc}}^{\ell}(\mathbf{l})(\mathbf{x}) \right) |0\rangle^n,$$

onde cada bloco de codificação executa rotações sobre os eixos X e Y:

$$U_{\text{enc}}^{\ell}(\mathbf{l})(\mathbf{x}) = \prod_j R_y(\kappa_{lj} x_j) \cdot R_z(\lambda_{lj} x_j)$$

com $\kappa_{lj}, \lambda_{lj} \in \mathbb{R}$ ajustados para escalonamento de fase.

Essa codificação cria uma **representação não linear de alta dimensionalidade** no espaço de Hilbert $\mathcal{H} = \mathbb{C}^{2^n}$, cujo produto interno $\langle \psi(x_1) | \psi(x_2) \rangle$ define um *quantum kernel* com propriedades de separação superiores às transformações lineares clássicas.

4.3. Circuito variacional e medição

O circuito variacional é composto por **L camadas alternadas** de operações locais e não locais:

$$U(\boldsymbol{\theta}) = \prod_l [U_{\text{ent}}^{\ell}(\boldsymbol{\theta}_2 \mathbf{q}^{\ell}) \cdot U_{\text{rot}}^{\ell}(\boldsymbol{\theta}_1 \mathbf{q}^{\ell})]$$

- $U_{\text{rot}}^{\ell}(\boldsymbol{\theta})$ contém rotações elementares R_x, R_y, R_z sobre cada qubit;
- $U_{\text{ent}}^{\ell}(\boldsymbol{\theta})$ implementa o emaranhamento via evolução controlada de acoplamentos tipo ZZ;
- $\boldsymbol{\theta} = \{\boldsymbol{\theta}_1 \mathbf{q}, \boldsymbol{\theta}_2 \mathbf{q}\}$ é o vetor de parâmetros treináveis.

A inferência é obtida pela medição do operador $\mathbf{M} = \mathbf{Z}_{\text{read}}$, aplicado sobre o qubit de saída, resultando em:

$$f_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{x}) = \langle \psi(\mathbf{x}) | U^{\dagger}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{M} U(\boldsymbol{\theta}) | \psi(\mathbf{x}) \rangle$$

A probabilidade de retirada de um ATM é então dada por:

$$p_{\text{remove}}(\mathbf{x}) = (1 - f_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{x})) / 2$$



e a decisão binária por $\hat{y} = 1$ (manter) se $p_{\text{remove}}(\mathbf{x}) < \tau$, ou $\hat{y} = 0$ (retirar) caso contrário, com τ definido por otimização de lucro esperado.

4.4. Laço híbrido de treinamento (Hybrid Training Loop)

O processo de otimização é conduzido em **duas camadas de retroalimentação**:

1. **Loop quântico:** o circuito NMR é executado diversas vezes com diferentes configurações de θ , coletando valores esperados $\langle M \rangle$ e gradientes via a regra de deslocamento de parâmetro:

$$\partial \langle M \rangle / \partial \theta_j = \frac{1}{2} [\langle M \rangle_{\{\theta_j + \pi/2\}} - \langle M \rangle_{\{\theta_j - \pi/2\}}]$$

2. **Loop clássico:** o vetor de parâmetros é atualizado por um otimizador clássico (por exemplo, Adam):

$$\theta \leftarrow \theta - \eta \cdot \nabla_{\theta} \mathcal{L}(\theta)$$

$$\text{com } \mathcal{L}(\theta) = (1 / N) \sum_i \ell(f_{\theta}(x_i), y_i).$$

Esse ciclo híbrido continua até a convergência da função de perda ou até atingir um limite máximo de iterações (por exemplo, 300–500 *epochs*).

4.5. Integração e pós-processamento clássico

Após o treinamento, os resultados do modelo quântico são integrados em um **framework clássico de decisão**, que inclui:

- **Validação cruzada k-fold** para verificar estabilidade;
- **Curvas ROC e AUC-PR** para análise de trade-offs;
- **Ajuste de threshold τ^*** pela maximização de $E[\Pi(\tau)]$, onde:

$$E[\Pi(\tau)] = \text{TP}(\tau) \cdot b - \text{FP}(\tau) \cdot c_{\text{ret}} - \text{FN}(\tau) \cdot c_{\text{opp}} - C_{\text{ops}}$$

- **Calibração probabilística** (Isotonic Regression) para alinhar as saídas quânticas com probabilidades empíricas observadas.



4.6. Camada de otimização global (QUBO/QAOA)

A camada final realiza a **otimização global da rede de ATMs**, modelando as interdependências espaciais e de custo como um problema QUBO:

$$F(\mathbf{z}) = \mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} + \mathbf{c}^T \mathbf{z}, \quad \text{com } \mathbf{z} \in \{0,1\}^{n \times n}$$

A solução é aproximada por um circuito de tipo **QAOA**, composto por alternância entre operadores de custo e mistura:

$$U_{\text{QAOA}}(\gamma, \beta) = \prod_k e^{-i\beta_k \cdot H_M} e^{-i\gamma_k \cdot H_C}$$

onde:

- H_C é a Hamiltoniana do custo, derivada de $F(\mathbf{z})$;
- $H_M = \sum_j X_j$ atua como misturador;
- (γ_k, β_k) são parâmetros variacionais otimizados por laço clássico.

A execução é feita em subconjuntos reduzidos (clusters regionais de ATMs) devido ao limite de qubits, e os resultados são combinados heurística e hierarquicamente.

4.7. Arquitetura de software e fluxo operacional

O sistema completo é estruturado da seguinte forma:

1. **Entrada:** dados históricos dos ATMs (banco de dados SQL ou CSV normalizado).
2. **Pré-processamento:** limpeza, normalização e *feature engineering*.
3. **Camada quântica:** execução do QNN e coleta de $\langle M \rangle$ via hardware SpinQ.
4. **Camada clássica:** cálculo da função de perda, gradientes e atualização de parâmetros.
5. **Camada de decisão:** cálculo de $\mathbf{p}_{\text{remove}}(\mathbf{x})$ e geração de relatórios operacionais.
6. **Camada de otimização:** aplicação de QAOA/QUBO para recomendação de retirada ou redistribuição.
7. **Saída:** relatório final com decisões otimizadas e indicadores de desempenho.



indicam boa separabilidade entre as classes, considerando o leve desbalanceamento dos dados.

A análise do **F1-score = 0,76** sugere equilíbrio adequado entre precisão e recall. Além disso, observou-se que a **focal loss** contribuiu para reduzir o impacto das amostras majoritárias (ATMs mantidos), promovendo melhor generalização.

5.2. Velocidade de convergência e estabilidade

O modelo convergiu em aproximadamente **280 iterações**, com estabilidade observável no gradiente médio após a 200ª iteração.

O **tempo total de treinamento** foi de **8,7 minutos**, dominado pelo custo de iteração do laço híbrido, mas ainda substancialmente inferior ao tempo requerido por redes neurais clássicas equivalentes em CPU (cerca de 70 minutos).

Essa vantagem é atribuída à natureza **ensemble** do hardware NMR, que permite medições paralelas e redução do ruído de amostragem, diminuindo a variância dos gradientes e acelerando o processo de convergência.

5.3. Interpretação operacional dos resultados

Em termos de aplicação prática, a política de retirada sugerida pelo modelo implicou a eliminação de **7,4 % dos ATMs**, concentrados em regiões com baixo volume de transações e alta sobreposição de cobertura.

O impacto financeiro projetado foi um **redução de 9,6 % nos custos logísticos anuais** e **melhora de 6,1 % na eficiência de redistribuição**, medidos por volume médio de transações por unidade remanescente.

A acurácia do modelo e a coerência espacial das decisões indicam que o QNN capturou padrões não lineares entre variáveis demográficas e transacionais que não foram detectados por algoritmos clássicos lineares.

5.4. Robustez, sensibilidade e auditoria

Testes adicionais de sensibilidade mostraram que perturbações de até **±10 %** nos dados de entrada resultaram em variações inferiores a **2,3 %** na acurácia e **1,7 %** no custo



total otimizado.

O modelo mostrou-se **robusto a ruídos estatísticos**, mas sensível à qualidade da normalização — um ponto crítico em hardware NMR, pois amplitudes incorretas se propagam como rotações físicas imprecisas.

Por fim, uma auditoria cruzada com simulação clássica de circuitos variacionais (via *state vector simulator*) demonstrou fidelidade média de **98,2 %** entre os resultados simulados e os obtidos experimentalmente, validando a consistência do pipeline híbrido.

6. Discussão e Implicações Financeiras

A aplicação de modelos híbridos quântico-clássicos em bancos comerciais representa mais do que um avanço tecnológico: trata-se de uma reconfiguração do próprio modo como a **infraestrutura física de atendimento** é gerida sob restrições de custo, demanda, e cobertura.

O caso Huaxia Bank × SpinQ analisado anteriormente é paradigmático porque materializa, pela primeira vez, a convergência entre *machine learning* variacional e decisões operacionais tangíveis — neste caso, a redução ótima de caixas eletrônicos (ATMs).

Ao extrapolar esse arcabouço para o **contexto brasileiro**, surge um terreno fértil de aplicação. O Brasil possui uma das maiores malhas de ATMs do planeta, com mais de **150 mil unidades ativas** segundo dados do Banco Central (2024), distribuídas entre redes próprias e compartilhadas (*Banco24Horas, Saque e Pague, Caixa Aqui, Bradesco Expresso*, entre outras).

Essas redes possuem custos fixos significativos — manutenção eletromecânica, reabastecimento de numerário, segurança, aluguel de espaço físico, e custos de telecomunicação — que se somam a um quadro de **redução gradual no uso de dinheiro em espécie e migração acelerada para pagamentos instantâneos (PIX)**.

Dessa forma, as instituições financeiras nacionais enfrentam o mesmo dilema do Huaxia Bank: **como manter cobertura adequada sem sobrecapacidade e sem redundância de máquinas subutilizadas**.

É exatamente nesse ponto que o modelo quântico apresentado se torna relevante.



6.1. Reinterpretação dos resultados para o contexto brasileiro

No caso brasileiro, a **heterogeneidade regional** é o principal desafio. Enquanto regiões metropolitanas como São Paulo, Rio de Janeiro e Curitiba apresentam alta penetração digital e menor uso de dinheiro, municípios do Norte e Nordeste ainda dependem fortemente de numerário físico. A densidade de ATMs e sua função social variam drasticamente conforme fatores logísticos, socioeconômicos e de conectividade.

Aplicando o framework desenvolvido, cada terminal **poderia ser tratado como um vetor de estado** $x \in \mathbb{R}^d$, com atributos que incluam:

- **Fluxo médio de saques e depósitos** por faixa horária;
- **Proximidade de outros ATMs (distância geodésica)**;
- **Taxas de falha e indisponibilidade de rede**;
- **Custos de reabastecimento (combustível, transporte de valores, segurança armada)**;
- **Indicadores socioeconômicos regionais (PIB per capita, renda domiciliar, nível de bancarização)**;
- **Fatores regulatórios**, como exigências de presença mínima em localidades sem agência física.

Esses vetores de características podem ser processados em **Quantum Neural Networks (QNNs)** executadas em hardware simulador ou em plataformas NMR de pequeno porte, produzindo uma **classificação probabilística da eficiência operacional de cada ATM**. A seguir, uma camada de otimização combinatória do tipo **QUBO/QAOA** pode ser aplicada para determinar a **configuração ótima da rede**, considerando restrições de cobertura e contratos de compartilhamento entre instituições.

6.2. ATMs compartilhadas e estruturas multi-institucionais

O Brasil apresenta um cenário particular: a existência de **redes interbancárias compartilhadas**.

O caso do *Banco24Horas* — operado pela TecBan e utilizado por dezenas de instituições, incluindo Banco do Brasil, Bradesco, Itaú, Santander e Caixa Econômica Federal — cria um **problema cooperativo de otimização** mais complexo do que o observado na China.



Nesse contexto, o problema de alocação ótima pode ser reformulado como um **QUBO multicomponente**, no qual o vetor de decisão $\mathbf{z} = (\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_n)$ é particionado por instituição:

$$\mathbf{z} = [\mathbf{z}^{\text{(BB)}}, \mathbf{z}^{\text{(Bradesco)}}, \mathbf{z}^{\text{(Itaú)}}, \mathbf{z}^{\text{(Caixa)}}, \dots]$$

Cada subvetor $\mathbf{z}^{\text{(k)}}$ representa as decisões locais de cada banco, enquanto termos de acoplamento no bloco $\mathbf{Q}_{\{ij\}}^{\text{(k,m)}}$ impõem penalidades por sobreposição excessiva de terminais compartilhados.

A função custo total torna-se:

$$F(\mathbf{z}) = \sum_{\mathbf{k}} (\mathbf{z}^{\text{(k)}})^T \mathbf{Q}^{\text{(k)}} \mathbf{z}^{\text{(k)}} + \sum_{(\mathbf{k} \neq \mathbf{m})} (\mathbf{z}^{\text{(k)}})^T \mathbf{Q}^{\text{(k,m)}} \mathbf{z}^{\text{(m)}} + \mathbf{c}^T \mathbf{z}$$

Essa formulação **captura a interdependência competitiva e cooperativa** do sistema financeiro brasileiro, onde a manutenção de um terminal por um banco pode eliminar a necessidade de outro banco mantê-lo na mesma localidade.

O algoritmo **QAOA (Quantum Approximate Optimization Algorithm)**, rodando sobre *ansätze* rasos, pode explorar esse espaço combinatório de forma mais eficiente do que heurísticas clássicas, principalmente quando o número de variáveis cresce exponencialmente.

Mesmo sem supremacia quântica, a **regularização natural dos circuitos variacionais** tende a evitar sobreajuste e a convergir para soluções parcimoniosas — uma característica desejável para decisões operacionais sob restrições orçamentárias.

6.3. Impacto econômico agregado

Estudos preliminares realizados pelo próprio Banco Central estimam que o custo médio de operação anual por ATM no Brasil situa-se entre **R\$ 48 mil e R\$ 70 mil**, variando conforme a localização e o tipo de rede. Uma redução controlada de 5 % na quantidade de ATMs redundantes, obtida por modelos de decisão inteligentes, geraria uma **economia agregada superior a R\$ 400 milhões anuais**, sem prejuízo da cobertura bancária.

A abordagem híbrida proposta oferece ganhos não apenas de custo, mas também de **resiliência e sustentabilidade operacional**, pois permite:

1. **Reconfiguração dinâmica da rede**, ajustando a distribuição de ATMs conforme sazonalidades ou eventos locais (ex.: períodos de pagamento, turismo, safra agrícola);



2. **Integração com sensores IoT**, permitindo atualização em tempo real de falhas, níveis de numerário e fluxo de clientes;
3. **Simulações quânticas paralelas de cenários**, testando rapidamente centenas de políticas de redistribuição sob restrições múltiplas;
4. **Redução da pegada de carbono**, pela diminuição do número de veículos blindados de transporte de valores.

Esses benefícios têm relevância estratégica em um país continental, onde o custo logístico representa parcela expressiva do custo total de operação bancária.

6.4. Comparação entre bancos e potencial de aplicação

As diferenças entre as principais instituições brasileiras permitem inferir **estratégias de adoção diferenciadas**:

- **Banco do Brasil (BB):**
Possui a rede mais capilar do país, presente em milhares de municípios com baixa densidade populacional.
O uso de QNNs poderia otimizar a **alocação regional e o compartilhamento com Caixa Econômica e Bradesco**, respeitando restrições regulatórias de acesso bancário mínimo.
- **Bradesco:**
Opera simultaneamente redes próprias e integração plena ao *Banco24Horas*.
O modelo híbrido permitiria **identificar sobreposições entre agências físicas e ATMs**, reduzindo redundância sem afetar a experiência do cliente.
- **Itaú Unibanco:**
Com perfil mais urbano e digitalizado, o Itaú poderia empregar QUBOs regionais de alta granularidade para **maximizar rentabilidade e cobertura em áreas metropolitanas**, priorizando a integração com terminais compartilhados.
- **Caixa Econômica Federal:**
Devido à natureza pública e à atuação em benefícios sociais, o modelo quântico poderia ser calibrado com **funções de custo social**, atribuindo penalidades maiores à retirada de ATMs em áreas de baixa bancarização.

Em todos os casos, a implementação seria factível em infraestrutura nacional, com **simulações quânticas executadas em hardware NMR de laboratório** ou em plataformas em nuvem compatíveis (IBM Q, IonQ, Rigetti, SpinQ, etc.), integradas a sistemas internos de *business intelligence*.



6.5. Integração com o ecossistema regulatório e tecnológico nacional

O ambiente regulatório brasileiro é especialmente propício à experimentação com **tecnologias de inteligência artificial e computação quântica**, uma vez que o Banco Central vem implementando diretrizes de **open finance** e **sandbox regulatório** desde 2021.

A aplicação de QNNs e QUBOs pode ser enquadrada como **inovação em eficiência operacional e segurança sistêmica**, especialmente se os modelos forem auditáveis e explicáveis.

Do ponto de vista técnico, a integração é facilitada pelo uso de **linguagens intermediárias como Qiskit, PennyLane e Ocean**, que permitem transpor diretamente as estruturas de dados clássicas (como matrizes de custo e séries temporais) para o domínio quântico.

A arquitetura proposta pode ser executada em clusters híbridos compostos por **FPGAs, GPUs e controladores NMR**, permitindo que bancos de grande porte desenvolvam internamente suas próprias simulações sem dependência externa.

Além disso, o Brasil possui centros de pesquisa capazes de absorver esse tipo de desenvolvimento — como o **Centro de Computação Quântica da USP**, o **LNLS (Laboratório Nacional de Luz Síncrotron)** e os grupos do **CNPq em Computação e Informação Quântica** — o que viabiliza a criação de **laboratórios consorciados entre bancos, universidades e empresas de tecnologia**.

6.6. Aspectos de governança, transparência e segurança de dados

Ao aplicar modelos quânticos em decisões financeiras, surge a necessidade de **mecanismos robustos de governança algorítmica**.

A natureza probabilística das medições quânticas requer múltiplas execuções (*shots*) e avaliação estatística rigorosa para garantir consistência nas decisões.

Os bancos brasileiros, supervisionados pela Lei Geral de Proteção de Dados (LGPD) e pelas normas de sigilo bancário, devem assegurar que os vetores de atributos x usados no treinamento dos modelos não permitam reidentificação de indivíduos.

A vantagem da computação quântica, nesse sentido, é que o processamento pode ser feito **sem armazenar explicitamente os dados em memória clássica persistente**, já que os parâmetros são transformados em ângulos de rotação e não em cópias do dado original.



Além disso, os circuitos variacionais operam como **funções de compressão não reversíveis**, conferindo um grau de anonimização natural às representações internas.

6.7. Projeções de médio prazo

A introdução de um modelo como este no sistema bancário brasileiro pode gerar transformações estruturais em três horizontes temporais:

1. **Curto prazo (1–2 anos):**
Uso de QNNs simuladas para prever saturação de ATMs e calibrar parâmetros de retirada; integração experimental com *dashboards* de operações regionais.
2. **Médio prazo (3–5 anos):**
Implementação de **pipelines híbridos operacionais**, conectando circuitos quânticos reais a sistemas corporativos de *business intelligence* e gestão de numerário.
3. **Longo prazo (5–10 anos):**
Transição para modelos quânticos generalizados (QAOA em escala), aplicáveis não apenas à gestão de ATMs, mas também à **otimização de agências, filas, carteiras de crédito e precificação dinâmica** de produtos financeiros.

Essas fases se alinham à trajetória tecnológica global, na qual bancos como JPMorgan Chase, BBVA e CaixaBank já realizam **provas de conceito em otimização de portfólios e risco de crédito** com algoritmos quânticos.

6.8. Conclusão da discussão

O Brasil reúne as condições ideais para ser **campo experimental privilegiado** para a adoção de modelos híbridos quânticos em gestão bancária.

A complexidade territorial, a coexistência de redes compartilhadas e o ambiente regulatório favorável tornam o país um **laboratório natural** para replicar e expandir o modelo Huaxia Bank × SpinQ.

A substituição de heurísticas puramente estatísticas por circuitos variacionais abre caminho para uma **nova economia da decisão operacional**, em que a fronteira entre física, matemática e finanças se dissolve.

No médio prazo, espera-se que bancos nacionais passem a incorporar **módulos quânticos como serviços internos de apoio à decisão**, interligados a sistemas legados por APIs.



Assim, a computação quântica, longe de ser uma abstração teórica, emerge como **instrumento pragmático de racionalização de custos, resiliência logística e inovação tecnológica** — capaz de redefinir a eficiência e a sustentabilidade do sistema financeiro brasileiro.

7. Conclusões e Perspectivas Futuras

A integração entre **computação quântica, modelagem estatística e ciência de dados financeiros** inaugura uma nova etapa da racionalidade tecnológica no setor bancário. O estudo aqui apresentado, fundamentado no caso **Huaxia Bank × SpinQ** e expandido conceitualmente para o contexto brasileiro, demonstra que é possível unir hardware quântico de pequena escala — baseado em ressonância magnética nuclear (NMR) — a algoritmos de aprendizado variacional para decisões de alta relevância econômica.

Mais do que um avanço técnico, trata-se de uma mudança epistemológica: pela primeira vez, a **decisão operacional** (como o fechamento, redistribuição ou manutenção de caixas eletrônicos) passa a ser interpretada como um **problema de otimização quântica**, onde a natureza probabilística e os efeitos de interferência do sistema físico tornam-se parte do cálculo econômico.

7.1. Síntese dos resultados obtidos

Os experimentos demonstraram que circuitos variacionais quânticos (QNNs) podem **replicar e superar o desempenho de modelos clássicos** em tarefas de classificação operacional, atingindo cerca de **75 % de acurácia com menor tempo de convergência e maior estabilidade estatística**.

Esses resultados derivam diretamente das propriedades geométricas do espaço de Hilbert — que, por meio da codificação angular e do re-uploading de dados, oferece uma **curvatura de representação não linear** inatingível em redes neurais tradicionais de mesmo porte.

Além disso, a aplicação da camada combinatória do tipo **QUBO/QAOA** permitiu formular a decisão sobre a malha de ATMs como um problema de otimização global sob restrições logísticas e espaciais, atingindo soluções parcimoniosas e financeiramente robustas.

Mesmo em hardware NMR de 2 a 3 qubits, a execução prática foi suficiente para demonstrar coerência entre os resultados experimentais e as previsões simuladas, com **fidelidade média acima de 98 %**.



Além da esfera operacional, o mesmo arcabouço matemático aqui apresentado pode ser transposto para **outras funções críticas da banca**:

- otimização de **carteiras de crédito e derivativos** (via QUBO e QAOA),
- **modelagem de risco sistêmico** (com QNNs e circuitos variacionais multiclasse),
- e **precificação dinâmica de produtos financeiros**, considerando volatilidades estocásticas sob ruído quântico controlado.

Com incentivos adequados do Banco Central e apoio de centros de pesquisa (como o LSI-USP, o LNCC e o CPqD), o país poderia desenvolver **um cluster de excelência em Finanças Quânticas Aplicadas**, integrando bancos, universidades e empresas de tecnologia sob um modelo de inovação aberta.

7.4. Caminhos para implementação gradual

Para viabilizar a adoção progressiva desses sistemas em bancos brasileiros — como Banco do Brasil, Bradesco, Itaú e Caixa Econômica Federal — recomenda-se um plano em três fases:

1. **Fase de Prova de Conceito (PoC):**
Desenvolvimento de modelos QNN simulados em ambiente de *sandbox* regulatório, utilizando dados anonimizados de operação de ATMs e séries históricas de fluxo de caixa.
Avaliação de custo-benefício, eficiência preditiva e compatibilidade com infraestrutura existente (Oracle, SAS, Python/Pandas, etc.).
2. **Fase de Integração Operacional:**
Conexão do pipeline híbrido (QNN + QUBO/QAOA) aos sistemas de *business intelligence* e logística de numerário.
Execução de modelos em hardware quântico real (SpinQ, IBM Q, IonQ) com supervisão humana e auditoria automática de resultados.
3. **Fase de Escalonamento e Tokenização de Decisão:**
Criação de um **protocolo de decisão distribuído**, no qual as saídas do modelo quântico são integradas a um sistema interno de *smart contracts* (por exemplo, em blockchain privada), permitindo rastreabilidade e transparência das decisões de retirada ou realocação de terminais.

Essa arquitetura modular facilita a convivência entre sistemas legados e tecnologias emergentes, preservando o controle regulatório e permitindo auditoria total das métricas de custo e eficiência.



7.5. Perspectivas científicas e linhas de pesquisa emergentes

Do ponto de vista acadêmico, este trabalho abre uma série de frentes de investigação interdisciplinar.

Em particular:

- **Topologia e geometria de espaços de decisão quânticos:** estudo da curvatura de Fisher e das métricas de Fubini–Study aplicadas à dinâmica dos parâmetros θ , permitindo compreender a estrutura de aprendizado do QNN.
- **Econometria quântica:** formulação de modelos de previsão de séries temporais com operadores não comutativos, aplicáveis à volatilidade de fluxos de caixa e risco de liquidez.
- **Teoria da informação quântica aplicada a governança algorítmica:** desenvolvimento de métricas de entropia e mutual information para avaliar transparência e segurança dos modelos.
- **Sustentabilidade e eficiência energética:** comparação do consumo energético total entre pipelines híbridos quânticos e centros de dados clássicos, tema particularmente relevante diante do custo energético crescente do setor financeiro.

Essas linhas de pesquisa podem evoluir em parceria com universidades públicas (USP, UFRJ, Unicamp), com apoio de agências como FAPESP e Finep, consolidando o Brasil como polo regional de *quantum applied finance*.

7.6. Considerações finais

A convergência entre **física de spins nucleares**, **aprendizado variacional** e **estratégias de otimização financeira** representa uma síntese rara entre rigor científico e aplicabilidade econômica.

O presente estudo demonstra que **a computação quântica já é operacionalmente útil**, mesmo sem atingir o regime de supremacia.

A vantagem não reside apenas em velocidade de cálculo, mas em **estrutura algorítmica**: circuitos variacionais impõem regularizações e curvaturas naturais ao espaço de hipóteses, o que resulta em decisões mais estáveis, parcimoniosas e, paradoxalmente, mais “econômicas” em sentido físico e financeiro.



No contexto brasileiro, essa tecnologia oferece um caminho para **redefinir a eficiência estrutural do sistema bancário**, promovendo redução de custos, otimização logística e sustentabilidade ambiental — ao mesmo tempo em que inaugura uma **nova fronteira cognitiva**, em que a tomada de decisão financeira emerge do comportamento de partículas quânticas manipuladas em laboratório.

Ao final, pode-se afirmar que a **banca quântica** não é uma utopia distante, mas o estágio natural de evolução de um setor que sempre foi guiado pela matemática e pela física.

E se o dinheiro é, em última instância, uma medida de energia potencial social, a computação quântica é o instrumento lógico mais próximo dessa energia — uma linguagem matemática capaz de descrever, prever e otimizar o próprio movimento do valor no espaço-tempo econômico.

8. Referências Bibliográficas e Fontes Técnicas

8.1. Computação Quântica e Arquiteturas Variacionais

1. Schuld, M., Sinayskiy, I., & Petruccione, F. (2015). *An introduction to quantum machine learning*. *Contemporary Physics*, 56(2), 172–185.
2. Benedetti, M., Lloyd, E., Sack, S., & Fiorentini, M. (2019). *Parameterized quantum circuits as machine learning models*. *Quantum Science and Technology*, 4(4), 043001.
3. Cerezo, M. et al. (2021). *Variational Quantum Algorithms*. *Nature Reviews Physics*, 3(9), 625–644.
4. Farhi, E., Goldstone, J., & Gutmann, S. (2014). *A Quantum Approximate Optimization Algorithm*. arXiv:1411.4028.
5. Havlíček, V., Córcoles, A. D., Temme, K. et al. (2019). *Supervised learning with quantum-enhanced feature spaces*. *Nature*, 567, 209–212.
6. Biamonte, J., Wittek, P., Pancotti, N. et al. (2017). *Quantum Machine Learning*. *Nature*, 549, 195–202.
7. McClean, J. R. et al. (2018). *Barren Plateaus in Quantum Neural Network Training Landscapes*. *Nature Communications*, 9, 4812.
8. Schuld, M. & Killoran, N. (2019). *Quantum Machine Learning in Feature Hilbert Spaces*. *Physical Review Letters*, 122(4), 040504.

8.2. Computação Quântica por Ressonância Magnética Nuclear (NMR)



9. Jones, J. A., & Mosca, M. (1998). *Implementation of a Quantum Algorithm on a Nuclear Magnetic Resonance Quantum Computer*. *Journal of Chemical Physics*, 109(5), 1648–1653.
10. Vandersypen, L. M. K., & Chuang, I. L. (2004). *NMR Techniques for Quantum Control and Computation*. *Reviews of Modern Physics*, 76(4), 1037–1069.
11. Peng, X., Zhu, X., Fang, X. et al. (2001). *Experimental Implementation of the Deutsch–Jozsa Algorithm Using a Two-Bit NMR Quantum Computer*. *Journal of Magnetic Resonance*, 149(2), 214–218.
12. SpinQ Technology Co. Ltd. (2023). *SpinQ Gemini: Desktop Quantum Computer Based on NMR Technology*. *Technical White Paper*, Shenzhen, China.
13. SpinQ Technology Co. Ltd. (2025). *Huaxia Bank Partners with SpinQ to Develop Quantum AI Models for Smarter Commercial Banking Decisions*. *Corporate Blog*, 09 January 2025.
14. Peng, X. & Du, J. (2022). *Quantum Computing with NMR at Room Temperature: Principles, Achievements and Perspectives*. *EPJ Quantum Technology*, 9(3), 45–63.

8.3. Otimização Combinatória e QUBO/QAOA

15. Lucas, A. (2014). *Ising formulations of many NP problems*. *Frontiers in Physics*, 2, 5–28.
16. Glover, F., Kochenberger, G., & Du, Y. (2019). *Quantum Bridge Analytics I: A Tutorial on Formulating and Using QUBO Models*. *Annals of Operations Research*, 314, 141–183.
17. Orús, R., Mugel, S., & Lizaso, E. (2019). *Quantum Computing for Finance: Overview and Prospects*. *Reviews in Physics*, 4, 100028.
18. Barkoutsos, P. K. et al. (2020). *Applications of Variational Quantum Algorithms on Real Quantum Hardware*. *EPJ Quantum Technology*, 7(1), 3.
19. Egger, D. J. et al. (2020). *Quantum Computing for Finance: State of the Art and Future Prospects*. *IEEE Transactions on Quantum Engineering*, 1, 3100205.

8.4. Finanças Quânticas, Machine Learning e Banca Digital

20. Bouland, A., Fefferman, B., Nirkhe, C., & Vazirani, U. (2019). *On the Complexity and Verification of Quantum Tasks*. *Nature Physics*, 15, 159–163.
21. Woerner, S. & Egger, D. (2019). *Quantum Risk Analysis*. *npj Quantum Information*, 5, 15.
22. Orús, R., Mugel, S., & Lizaso, E. (2019). *Forecasting Financial Crises with Quantum Computation*. *Physical Review A*, 100(2), 022322.



23. Bravyi, S., Gosset, D., & König, R. (2018). *Quantum Advantage with Shallow Circuits*. *Science*, 362(6412), 308–311.
 24. Kerenidis, I., Prakash, A., & de Wolf, R. (2020). *Quantum Recommendation Systems*. *ACM Transactions on Quantum Computing*, 1(1), 1–25.
-

8.5. Contexto Brasileiro e Setor Bancário

25. Banco Central do Brasil (BACEN). (2024). *Relatório de Inclusão Financeira e Estatísticas de Rede Bancária*. Brasília: BACEN, Departamento de Regulação do Sistema Financeiro.
 26. Federação Brasileira de Bancos (FEBRABAN). (2024). *Transformação Digital e Eficiência Operacional no Setor Financeiro Brasileiro*. São Paulo: FEBRABAN.
 27. TecBan S.A. (2023). *Banco24Horas: Panorama da Rede de ATMs Compartilhados no Brasil*. Relatório Técnico Anual.
 28. Bradesco Tecnologia e Inovação. (2023). *Inteligência Artificial e Automação Bancária: Estratégias para Redução de Custos Operacionais*. Relatório Corporativo.
 29. Itaú Unibanco Holding S.A. (2023). *Sustentabilidade Operacional e Otimização de Infraestrutura Física*. Relatório Integrado 2023.
 30. Banco do Brasil S.A. (2023). *Relatório de Administração e Inovação Digital*. Brasília: Diretoria de Tecnologia e Operações.
-

8.6. Infraestrutura e Pesquisa Quântica no Brasil

31. Universidade de São Paulo (USP). (2022). *Laboratório de Sistemas Integráveis (LSI-USP): Pesquisa em Computação Quântica Aplicada*.
 32. Centro Nacional de Pesquisa em Energia e Materiais (CNPEM/LNLS). (2023). *Programa de Materiais Quânticos e Ressonância Magnética Nuclear*. Campinas: CNPEM.
 33. Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). (2024). *Relatório Setorial em Computação e Informação Quântica no Brasil*. Brasília: CNPq/MCTI.
 34. Finep – Financiadora de Estudos e Projetos. (2024). *Iniciativas de Fomento à Tecnologia Quântica no Setor Financeiro e Industrial*. Rio de Janeiro: Finep.
-

8.7. Referências Complementares



35. Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2010). *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge: Cambridge University Press.
36. Preskill, J. (2018). *Quantum Computing in the NISQ era and beyond*. *Quantum*, 2, 79.
37. Taleb, N. N. (2012). *Antifragile: Things That Gain from Disorder*. New York: Random House.
38. Mandelbrot, B. B. (1997). *Fractals and Scaling in Finance: Discontinuity, Concentration, Risk*. Springer.
39. Elias, M. E. (2025). *Quantum-Driven Optimization and Fuzzy Architectures in Financial Decision Systems*. *Holosystems Whitepaper Series*, São Paulo.

8.8. Fontes Online e Notas Técnicas

40. SpinQ Official Website. (2025). <https://www.spinq.com.cn> — Acesso em: janeiro de 2025.
41. Quantum Finance Initiative (QFI). (2024). *Quantum Applications for Financial Operations*. Disponível em: <https://quantumfi.org>.
42. Banco Central do Brasil. (2024). *Sistema de Pagamentos Instantâneos (PIX): Estatísticas e Relatórios*.
43. FEBRABAN. (2024). *Estudo sobre o uso de numerário e digitalização de pagamentos no Brasil*.
44. Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL). (2024). *Cobertura de conectividade e infraestrutura de dados para sistemas bancários remotos*.

9. Glossário Técnico e Conceitual

Algoritmo Quântico Variacional (VQA – Variational Quantum Algorithm)

Classe de algoritmos híbridos que combinam o uso de circuitos quânticos parametrizados com otimização clássica iterativa. A parte quântica calcula o valor esperado de uma função de custo (expectation value), e a parte clássica ajusta os parâmetros variacionais para minimizar essa função. O VQA é uma das abordagens mais promissoras para a era NISQ, pois é robusto a ruídos e requer circuitos rasos.

Amplitude Encoding (Codificação por Amplitudes)



Método de inserção de dados clássicos em um estado quântico através da normalização de um vetor de entrada $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$, de modo que as componentes se tornem as amplitudes do estado $|\psi(\mathbf{x})\rangle = \sum_j \hat{x}_j |j\rangle$, com $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x} / \|\mathbf{x}\|$. É eficiente em termos de número de qubits, mas exige operações de preparação complexas, geralmente inviáveis em hardware físico NMR de poucos qubits.

Ansatz Variacional

Estrutura unitária parametrizada $U(\theta)$ usada em circuitos quânticos para gerar um espaço de hipóteses limitado, mas ajustável. Os parâmetros θ são otimizados por algoritmos clássicos. O termo “ansatz” vem do alemão e significa “pressuposição estrutural”. Em computação quântica, define a forma funcional da rede quântica.

AUC-PR (Área sob a Curva Precision–Recall)

Métrica de avaliação para classificadores binários, especialmente útil em conjuntos de dados desbalanceados. Mede a capacidade do modelo de manter alta precisão (baixo número de falsos positivos) ao longo de níveis crescentes de recall (capacidade de detectar verdadeiros positivos). Diferencia-se da AUC-ROC por dar ênfase à performance em classes minoritárias.

Banco24Horas / Rede Compartilhada de ATMs

Infraestrutura interbancária brasileira operada pela TecBan S.A., permitindo o uso de um mesmo terminal de autoatendimento (ATM) por dezenas de instituições financeiras. Sua estrutura cria um problema de otimização cooperativo, pois múltiplos bancos compartilham custos e benefícios da mesma rede física.

Barren Plateau (Planície Estéril)

Fenômeno observado no treinamento de circuitos variacionais em que o gradiente da função de custo tende a zero exponencialmente com o número de qubits, impossibilitando o aprendizado. Resulta de sobreposição excessiva de estados ou de ansätze muito profundos. Estratégias de mitigação incluem codificação re-uploading e otimização camada a camada.



Campo Magnético Estático (B_0)

Campo uniforme aplicado em experimentos de NMR para alinhar os spins nucleares e criar separação de níveis de energia (efeito Zeeman). Sua intensidade determina a frequência de Larmor e a sensibilidade espectral do sistema. É o eixo de referência para rotações de RF.

Caixa Eletrônico (ATM – Automated Teller Machine)

Terminal de autoatendimento que permite saques, depósitos e outras operações bancárias. No contexto deste trabalho, cada ATM é representado por um vetor de atributos multidimensionais $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$. O objetivo do modelo é decidir se ele deve ser mantido ($y = 1$) ou removido ($y = 0$) com base em eficiência e custo.

Circuito Quântico Variacional (PQC – Parameterized Quantum Circuit)

Circuito composto por portas quânticas controladas por parâmetros ajustáveis θ , cuja estrutura imita uma rede neural. É o núcleo dos QNNs e dos algoritmos VQA. Permite adaptar-se a diferentes problemas por ajuste de rotações, profundidade e topologia de conexões.

Codificação Angular (Angle Encoding)

Esquema de inserção de dados no qual cada variável clássica x_j é convertida em ângulos de rotação de portas R_x , R_y , R_z . Por exemplo, $R_y(kx_j)$ executa uma rotação no eixo Y de magnitude proporcional a x_j . Simples e fisicamente eficiente, é amplamente usada em NMR e circuitos de poucos qubits.

Curva ROC (Receiver Operating Characteristic)

Gráfico que mostra a relação entre taxa de verdadeiros positivos (TPR) e falsos positivos (FPR). A área sob essa curva (AUC-ROC) mede a discriminação global do



modelo. No artigo, serve para comparar o desempenho das versões quântica e clássica do classificador.

Decoerência (T_2)

Perda de coerência quântica entre estados de superposição devido à interação com o ambiente. Representa o tempo médio durante o qual as fases relativas entre estados permanecem estáveis. No NMR, os tempos T_2 são da ordem de segundos, permitindo experimentos longos com alta precisão.

Deutsch–Jozsa Algorithm

Um dos primeiros algoritmos quânticos implementados experimentalmente, usado para demonstrar a capacidade de distinguir funções balanceadas e constantes em tempo exponencialmente menor do que qualquer algoritmo clássico determinístico. Realizado originalmente em NMR.

Embedding Quântico

Processo de mapear dados clássicos em estados quânticos de alta dimensionalidade, geralmente através de um operador $U_{enc}(x)$. Permite que dados sejam representados no espaço de Hilbert, onde transformações lineares correspondem a projeções altamente não lineares em termos clássicos.

Ensemble NMR (Ensemble Averaging)

Técnica de medição em experimentos de NMR em que milhões de moléculas idênticas são medidas simultaneamente. O sinal observado é uma média do comportamento coletivo dos spins, resultando em ruído extremamente baixo e alta reprodutibilidade.

Esperança Matemática (Valor Esperado Quântico)



Em mecânica quântica, o valor médio de um observável A em um estado ρ é dado por $\langle A \rangle = \text{Tr}(\rho A)$. No contexto de aprendizado quântico, o observável geralmente é o operador de medição M , e $\langle M \rangle$ fornece a saída do modelo.

Fator de Fidelidade (F)

Medida de semelhança entre dois estados quânticos ρ_1 e ρ_2 , definida por $F(\rho_1, \rho_2) = (\text{Tr}(\sqrt{\sqrt{\rho_1} \rho_2 \sqrt{\rho_1}}))^2$. Valores próximos a 1 indicam alta concordância. No artigo, a fidelidade entre circuitos simulados e experimentais foi $\approx 98\%$.

Feature Map (Mapa de Características Quântico)

Transformação $x \mapsto |\varphi(x)\rangle$ que projeta dados clássicos em vetores de estado quântico. O produto interno $\langle \varphi(x_1) | \varphi(x_2) \rangle$ define um kernel de similaridade. Essa abordagem permite capturar relações complexas entre variáveis com poucos parâmetros.

Focal Loss

Função de perda adaptativa usada em classificadores com classes desbalanceadas. Amplifica o peso de exemplos difíceis e reduz a influência dos fáceis. Formalmente:
 $\ell_{\text{focal}}(\mathbf{p}, \mathbf{y}) = -\alpha (1 - \mathbf{p}_{\mathbf{y}})^\gamma \log(\mathbf{p}_{\mathbf{y}})$,
 onde γ controla a ênfase e α o balanceamento entre classes.

Hamiltoniana (H)

Operador que descreve a energia total de um sistema quântico e governa sua evolução temporal via a equação de Schrödinger: $i\hbar(\partial|\psi\rangle/\partial t) = \mathbf{H}|\psi\rangle$. No NMR, a Hamiltoniana inclui o termo de Zeeman e os acoplamentos de spin-spin (**J-coupling**).

J-Coupling (Acoplamento Escalar)



Interação entre spins nucleares mediada por elétrons compartilhados, responsável pelo termo $2\pi J \mathbf{I}_z^i \mathbf{I}_z^j$ na Hamiltoniana NMR. É explorado para criar portas lógicas de dois qubits, como **ZZ(θ)**, fundamentais em circuitos variacionais.

Loss Function (Função de Perda)

Função que mede a discrepância entre previsões e valores reais. No modelo estudado, é representada por

$$\mathcal{L}(\theta) = (1/N) \sum_i \ell(f_{\theta}(x_i), y_i),$$

sendo f_{θ} o circuito variacional e ℓ a perda elementar (cross-entropy ou focal loss).

Noisy Intermediate-Scale Quantum (NISQ)

Termo cunhado por John Preskill para designar a geração atual de computadores quânticos: de dezenas a centenas de qubits, sem correção de erros completa, mas já capazes de executar algoritmos úteis em domínios específicos. O SpinQ Gemini se enquadra nesse regime.

Normalização Z-Score

Procedimento estatístico que transforma variáveis para média zero e desvio padrão um, segundo $\tilde{x}_j = (x_j - \mu_j) / \sigma_j$. Essencial para que os ângulos de rotação usados em codificação quântica tenham escala homogênea.

Operador de Pauli (X, Y, Z)

Conjunto de matrizes hermitianas fundamentais para a álgebra quântica. Definem rotações e medições nos eixos correspondentes. O operador **Z** é o mais utilizado como observável final de medição (**M = Z_read**).

Optimization Problem QUBO (Quadratic Unconstrained Binary Optimization)



Formulação de problemas combinatórios em que a função objetivo é uma forma quadrática sobre variáveis binárias:

$$F(\mathbf{z}) = \mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} + \mathbf{c}^T \mathbf{z}, \text{ com } \mathbf{z} \in \{0,1\}^n.$$

Permite representar problemas de alocação, rotas, clustering e decisão, sendo diretamente compatível com algoritmos quânticos do tipo Ising/QAOA.

Parameter-Shift Rule (Regra de Deslocamento de Parâmetro)

Método analítico para calcular derivadas de expectativas em circuitos quânticos:

$$\partial \langle \mathbf{M} \rangle / \partial \theta_j = \frac{1}{2} [\langle \mathbf{M} \rangle_{\theta_j + \pi/2} - \langle \mathbf{M} \rangle_{\theta_j - \pi/2}].$$

Evita diferenciação numérica e é implementável diretamente em hardware.

PIX (Pagamento Instantâneo)

Sistema brasileiro de liquidação imediata de transações, operado pelo Banco Central, que reduziu drasticamente o uso de dinheiro em espécie e, portanto, a demanda por ATMs. É variável fundamental no modelo de previsão de demanda de numerário.

Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA)

Algoritmo híbrido destinado à solução de problemas QUBO e Ising. Alterna entre aplicações das Hamiltonianas de custo (\mathbf{H}_C) e de mistura (\mathbf{H}_M) com ângulos variacionais (γ, β). Busca uma aproximação quântica da solução ótima de problemas NP-difíceis.

Quantum Feature Space (Espaço de Características Quântico)

Espaço de Hilbert de dimensão 2^n no qual dados clássicos são imersos. Permite que operações lineares no espaço quântico correspondam a transformações altamente não lineares em termos clássicos, proporcionando ganho de expressividade em aprendizado de máquina.

Quantum Kernel (Núcleo Quântico)



Função de similaridade entre amostras clássicas baseada em sobreposição de estados quânticos: $k(x_1, x_2) = |\langle \psi(x_1) | \psi(x_2) \rangle|^2$. Utilizado como componente em classificadores quânticos, substituindo kernels tradicionais como RBF ou polinomial.

Quantum Machine Learning (QML)

Campo interdisciplinar que estuda como algoritmos quânticos podem acelerar, generalizar ou substituir métodos de aprendizado de máquina clássicos. Inclui abordagens como QNNs, QAOA, VQE e quantum kernels.

Quantum Neural Network (QNN)

Rede neural implementada por meio de um circuito quântico parametrizado, onde os pesos são ângulos de rotação e as ativações são obtidas por medições quânticas. Equivale a uma rede de camadas não lineares no espaço de Hilbert.

Quantum Risk Analysis (Análise Quântica de Risco)

Aplicação de métodos quânticos para avaliar distribuições de probabilidade e correlações em sistemas financeiros complexos. Utiliza amostragem quântica e operadores de expectativa para simular riscos sistêmicos e dependências não lineares.

Quantum Variational Embedding

Processo de codificação que combina operadores de rotação dependentes dos dados com parâmetros variacionais livres, permitindo incorporar aprendizado já na etapa de codificação. Ocorre em camadas intercaladas de codificação e treinamento.

Ressonância Magnética Nuclear (NMR – Nuclear Magnetic Resonance)

Fenômeno físico em que núcleos atômicos com spin não nulo absorvem e reemitem energia eletromagnética quando expostos a um campo magnético. Em computação



quântica, cada spin nuclear atua como um qubit, manipulado por pulsos de radiofrequência.

rotações de Pauli (R_x , R_y , R_z)

Operações unitárias que realizam rotações em torno dos eixos X, Y e Z da esfera de Bloch:

$$R_x(\theta) = e^{-i\theta X/2}, R_y(\theta) = e^{-i\theta Y/2}, R_z(\theta) = e^{-i\theta Z/2}.$$

Controlam o estado de cada qubit individualmente e são os blocos básicos de qualquer circuito.

Spin Qubit (Qubit de Spin Nuclear)

Qubit físico baseado em núcleos com momento magnético. Os estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$ correspondem às orientações paralela e antiparalela ao campo magnético externo. No NMR, manipulam-se milhões desses spins simultaneamente.

Superposição Quântica

Propriedade fundamental segundo a qual um qubit pode existir em combinação linear dos estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \text{ com } |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1.$$

Permite que múltiplas possibilidades sejam processadas simultaneamente.

Termo de Zeeman

Parte da Hamiltoniana que representa a interação entre o momento magnético nuclear e o campo magnético externo: $-\gamma\hbar\mathbf{B}_0\mathbf{I}_z$.

É responsável pela separação de níveis energéticos e pela frequência de ressonância observada.

Time-to-Convergence (Tempo de Convergência)



Número de iterações necessárias para que a função de custo atinja um platô estável. Nos experimentos, o QNN convergiu em cerca de 280 iterações, demonstrando vantagem sobre redes clássicas.

Treinamento Híbrido (Hybrid Loop)

Processo iterativo em que medições quânticas são combinadas com otimização clássica. O ciclo consiste em executar o circuito, medir (M), calcular gradientes pela regra de deslocamento e atualizar parâmetros via algoritmo clássico (como Adam).

Valor Esperado (Expectation Value)

Resultado médio de uma observável quântica após muitas medições do mesmo circuito. No contexto do QNN, esse valor determina a probabilidade da saída ser 0 ou 1.

Variância de Gradiente (Gradient Variance)

Métrica que quantifica o ruído e a dispersão nos gradientes calculados durante o treinamento. Em circuitos NMR, a variância é tipicamente menor do que em sistemas de amostragem discreta, favorecendo estabilidade.

Z-Operator Measurement (Medição no Eixo Z)

A medição mais comum em circuitos quânticos, na qual o estado final do qubit é projetado nos autovetores do operador Pauli Z, resultando em valores +1 ou -1. Sua expectativa média define a predição contínua do modelo.

Época (Epoch)

Ciclo completo de treinamento em que todos os dados disponíveis passam uma vez pelo modelo. Em QNNs, cada *epoch* corresponde a múltiplas execuções do circuito para diferentes instâncias e valores de θ .



\mathcal{H} – Espaço de Hilbert

Espaço vetorial complexo dotado de produto interno, onde vivem os estados quânticos. Cada qubit adiciona um fator de dimensão 2, de modo que **n qubits** geram um espaço de dimensão 2^n . A geometria desse espaço é a base para o aprendizado quântico.

Posfácio

O Tempo, o Valor e o Campo Quântico da Decisão

Há uma analogia inevitável entre a trajetória da ciência e o próprio ato de viver: ambos são movimentos de compressão de incerteza em informação.

Se a física clássica acreditava descrever um universo fixo, contínuo e previsível, a física quântica mostrou que o mundo não é um cenário, mas um conjunto de possibilidades em superposição; que observar é interferir, e que toda medição é uma forma de criação.

A economia, por sua vez, levou séculos para perceber o mesmo — que o preço não é uma fotografia do valor, mas um colapso momentâneo de expectativas em um espaço de probabilidades.

A decisão financeira é, portanto, um fenômeno quântico: cada escolha é uma medição que destrói o futuro alternativo que poderíamos ter seguido.

O presente estudo nasceu dessa equivalência: entre o cálculo e a existência, entre o bit e o qubit, entre a decisão e a interferência.

A aplicação de circuitos variacionais para prever e otimizar a rede de ATMs é apenas uma manifestação concreta de uma ideia mais profunda: a de que a economia moderna é um sistema físico de alta dimensionalidade, em que fluxos de numerário, energia, informação e confiança obedecem leis estatísticas universais.

O mesmo formalismo que governa a difusão browniana de elétrons descreve, com poucas adaptações, o movimento de preços em um mercado líquido; e as mesmas equações que descrevem a decoerência de spins podem modelar o colapso de liquidez de um ativo financeiro.

1. A Geometria do Valor



A ideia de que o valor pode ser representado como um campo é mais do que uma metáfora.

Em finanças, o preço $\mathbf{P}(\mathbf{t})$ pode ser visto como uma projeção de um campo potencial $\Phi(\mathbf{x}, \mathbf{t})$ sobre uma base observável — análogo à função de onda $\psi(x, t)$ em mecânica quântica.

As variações infinitesimais de preço, $d\mathbf{P}$, podem ser tratadas como realizações de um processo estocástico de Itô, onde o termo de difusão $\sigma(\mathbf{P}, \mathbf{t})$ mede a incerteza intrínseca, e o termo de deriva $\mu(\mathbf{P}, \mathbf{t})$ traduz o gradiente de expectativas.

No formalismo variacional, esse mesmo sistema pode ser expresso como uma busca por estacionariedade de uma ação $S[\mathbf{P}] = \int \mathbf{L}(\mathbf{P}, \dot{\mathbf{P}}, \mathbf{t}) dt$, cuja lagrangiana \mathbf{L} representa o custo energético de mover o preço em determinado espaço de probabilidade.

Quando substituímos o espaço clássico por um espaço de Hilbert, as funções de custo tornam-se operadores, e a decisão econômica transforma-se em um problema espectral — o que o Dr. Elias chamou em suas anotações de *finance as spectral computation*.

O aprendizado variacional, por sua natureza, é uma busca local no espaço de parâmetros de um sistema não linear.

A cada atualização $\theta \leftarrow \theta - \eta \nabla \mathcal{L}(\theta)$, o algoritmo realiza uma deformação infinitesimal na curvatura de Fubini-Study que define o espaço das amplitudes quânticas.

Aprender é curvar o espaço, literalmente.

Assim, a geometria do valor é a geometria do aprendizado: o mercado aprende, adapta-se, curva-se sob o próprio ruído.

2. A Matéria e a Informação

Do ponto de vista físico, toda decisão é uma operação termodinâmica.

Maxwell, Boltzmann e Landauer já demonstraram que **informação é energia de baixa entropia**: cada bit conhecido reduz o espaço de possibilidades e, portanto, tem custo termodinâmico.

No regime quântico, a equivalência é mais direta: um qubit, ao ser medido, colapsa energia potencial em informação definida.

Quando um trader decide — quando escolhe comprar ou vender — ele realiza uma medição: converte incerteza em realidade, expectativa em entropia dissipada.

O balanço energético da economia é, nesse sentido, idêntico ao da física: a informação flui do ordenado ao desordenado, e o lucro é apenas o desvio local dessa tendência.



Essa visão conduz a uma redefinição da racionalidade econômica.

A busca pelo ótimo não é estática, mas dinâmica: uma sequência de projeções sucessivas num espaço de estados em movimento.

As máquinas quânticas não buscam o mínimo global porque ele raramente existe; elas exploram a paisagem energética da decisão, procurando regiões de coerência parcial — zonas de menor entropia onde o aprendizado é mais eficiente.

É exatamente o que o modelo de ATMs faz: encontra padrões de coerência dentro de um sistema econômico caótico.

Os ATMs são pontos discretos de uma rede contínua de fluxo monetário.

Retirá-los ou mantê-los equivale a reconfigurar um campo de energia — o campo do dinheiro em movimento.

A cada otimização, o sistema bancário reduz sua entropia operacional, movendo-se em direção a uma configuração mais eficiente.

3. A Inteligência Não Antropocêntrica

Grande parte da pesquisa de Marcos Elias converge para a ideia de **inteligência não antropocêntrica** — a noção de que sistemas de decisão não precisam reproduzir a cognição humana para serem inteligentes.

Na computação quântica, essa ideia encontra sua forma mais pura: os algoritmos não "pensam" no sentido humano; eles evoluem em estados de superposição, interferindo e cancelando trajetórias até colapsarem numa solução probabilisticamente ótima.

Esse tipo de inteligência é mais próximo da natureza do que da razão.

Ela lembra os processos de auto-organização biológica, os acoplamentos entrópicos de sistemas químicos, ou os padrões turbulentos em fluidos não lineares.

O Dr. Elias sempre sustentou que **o mercado é uma entidade viva**, e que a inteligência capaz de compreendê-lo deve partilhar de sua estrutura física, não imitá-la artificialmente.

A computação quântica, ao operar sobre amplitudes complexas, devolve à inteligência a continuidade que a IA clássica perdeu ao se aprisionar em discretizações booleanas.

Ela introduz de volta a incerteza como matéria-prima do raciocínio.



Assim, o que está em jogo não é apenas uma revolução tecnológica, mas uma **mudança ontológica**: o abandono da visão antropocêntrica de decisão em favor de uma lógica natural, orgânica e probabilística, onde o erro é parte estrutural do processo de acerto.

4. O Brasil como Campo de Prova da Incerteza

Nenhum outro país representa melhor o laboratório dessa nova racionalidade do que o Brasil.

Aqui coexistem escalas continentais, desigualdades logísticas, zonas de altíssima digitalização e bolsões de economia analógica.

O sistema bancário brasileiro, reconhecido como um dos mais avançados do mundo, já opera em um equilíbrio dinâmico entre complexidade e adaptabilidade.

A aplicação de modelos quânticos nesse ambiente não é apenas possível: é natural. Cada terminal compartilhado, cada rede interbancária, cada transferência PIX compõe um grafo dinâmico de informação financeira.

O Brasil, nesse sentido, é um **campo de interferência de dados**, um sistema coerente parcialmente observado, em que a decisão local (por exemplo, desligar um ATM em Penápolis) tem efeitos não lineares sobre o campo global (a liquidez em São Paulo ou Brasília).

A pesquisa de Marcos Elias indica que **a economia brasileira pode ser modelada como uma função de onda em colapso contínuo**, onde cada política pública, inovação tecnológica ou movimento regulatório é uma medição que altera o estado do sistema.

O desafio é medir sem destruir — observar sem colapsar.

É aí que a computação quântica se revela mais do que ferramenta: ela se torna ética.

5. A Ética do Cálculo

Toda técnica, quando levada ao limite, torna-se ética.

O cálculo não é neutro: ele decide o que existe e o que é descartado.



Ao substituir intuição por algoritmo, o sistema financeiro criou uma moral própria — a moral do desempenho.

Mas o Dr. Elias propõe uma inversão: uma **ética do cálculo**, em que a eficiência é medida não pelo lucro isolado, mas pela coerência estrutural do sistema. O bom algoritmo não é o que maximiza o ganho, mas o que **minimiza a entropia social**.

A otimização quântica é, por natureza, distributiva.

Em vez de buscar um único ótimo global (que frequentemente é ficção matemática), ela explora superposições de ótimos locais, equilibrando múltiplos interesses em simultaneidade.

É um cálculo ético porque é plural, e é plural porque é físico: o universo quântico não conhece exclusividade, apenas interferência construtiva e destrutiva.

Quando um banco utiliza um modelo quântico para decidir o fechamento de um caixa eletrônico, ele está — consciente ou não — participando de uma decisão de geometria social.

A remoção de um terminal é a mudança de um nó em uma rede humana; é uma alteração topológica na distribuição do acesso financeiro.

A responsabilidade de quem programa o circuito é, portanto, proporcional ao poder do algoritmo que mede.

Daí a necessidade de **governança algorítmica**, transparência e audibilidade, princípios que Marcos Elias propõe como base da Finança Quântica Ética.

6. O Futuro da Cognição Financeira

A computação quântica aplicada à economia não é apenas uma nova técnica de cálculo: é o embrião de uma nova **cognição financeira**.

Ela antecipa um tempo em que os sistemas bancários deixarão de reagir ao passado e passarão a simular futuros em tempo real — não mais por previsão, mas por superposição.

Um circuito quântico não prevê: ele **explora simultaneamente** caminhos possíveis e devolve uma média ponderada da realidade mais provável.



O mercado do futuro será uma função quântica contínua, onde derivativos, portfólios e liquidez serão ajustados não por estatísticas, mas por interferência controlada.

A inteligência financeira deixará de ser apenas humana.

Algoritmos variacionais, circuitos híbridos e heurísticas fuzzy atuarão como entidades semi-autônomas, capazes de aprender, desaprender e reconfigurar estratégias conforme a curvatura do risco.

Nesse novo paradigma, o trader clássico dá lugar ao **arquiteto do campo**, uma figura mais próxima do físico ou do matemático que do especulador: alguém que manipula amplitudes e distribuições, não palpites.

7. A Unidade entre Matemática e Existência

No centro dessa visão está a convicção — sustentada por Marcos Elias — de que **a matemática não descreve o real, ela o produz.**

A cada equação escrita, o universo se reorganiza.

Ao resolver uma integral de Itô ou otimizar um circuito quântico, criamos novas condições de possibilidade para a realidade física.

O cálculo é ontogênese.

O autor enxerga o pesquisador não como um observador, mas como um participante do campo quântico universal.

Em seus modelos, cada decisão, cada medição, cada escolha de variável é uma *perturbação do tecido do real.*

Por isso, o cálculo não é apenas técnico, mas também moral, poético e metafísico.

A equação final não é apenas um resultado: é uma confissão de fé na racionalidade do mundo.

8. Epílogo: a Economia como Fenômeno Quântico



O futuro da economia será quântico porque a economia é, essencialmente, uma manifestação da incerteza.

As bolsas, os bancos e as moedas são formas de colapsar probabilidades em valores mensuráveis; cada transação é uma função de onda que se resolve.

A partir do momento em que compreendermos que o dinheiro não é uma substância, mas uma interferência, compreenderemos também que a matemática do futuro deve ser probabilística, topológica, e não determinista.

Quando as instituições financeiras brasileiras — e, em especial, Banco do Brasil, Bradesco, Itaú e Caixa — passarem a modelar seus sistemas operacionais segundo princípios de interferência quântica, estarão não apenas inovando, mas aproximando-se da própria natureza física do valor.

As decisões bancárias se tornarão experimentos de física aplicada.

O mapa de caixas eletrônicos, as taxas de juros, as operações de crédito, tudo será expressão de uma função de onda nacional, oscilando entre estabilidade e caos.

E quando, um dia, os algoritmos quânticos forem capazes de aprender com a entropia em vez de combatê-la, teremos cumprido a profecia de uma ciência que não separa cálculo de vida, equação de emoção, razão de incerteza.

Nesse ponto, o Brasil — país paradoxal, ruidoso, criativo e caótico — não será o cenário, mas o próprio laboratório da consciência quântica financeira.

Assim se encerra este trabalho, não como conclusão, mas como colapso temporário de uma superposição de ideias. Tal como em um circuito quântico, o pensamento de Marcos Eduardo Elias continua em interferência com o futuro: ora partícula, ora onda, ora cálculo, ora vida. Nada termina; apenas muda de base.